

Ejercicio 1. En el experimento de lanzar un dado con forma de decaedro, cuyas caras están numeradas del 1 al 10, halla:

a) El espacio muestral.

b) Los sucesos elementales.

c) Suceso $A =$ "obtener un número múltiplo de 4".

d) Suceso $B =$ "obtener un número impar".

e) Suceso $A \cup B$:

f) Suceso $A \cap B$:

g) ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

h) Halla el suceso contrario de A (\bar{A}):

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

b) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}$

c) $A = \{4, 8\}$

d) $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

e) $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$

f) $A \cap B = \emptyset$

g) Son incompatibles, ya que su intersección es vacía. $A \cap B = \emptyset$

h) $\bar{A} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

Ejercicio 2. Se consideran los sucesos **A** y **B** asociados a un experimento aleatorio con $P(A) = 0.55$, $P(B) = 0.40$ y $P(A \cap B) = 0.15$. Calcular $P(A \cup B)$ y $P(\overline{A \cup B})$.

1) Cálculo de $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.55 + 0.40 - 0.15 = 0.80$$

2) Cálculo de $P(\overline{A \cup B}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Aplicando las **leyes de Morgan**:

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0.15 = 0.85$$

Ejercicio 3. Sean los sucesos **A** y **B** tales que $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$.
Calcula:

a) $P(A \cup B)$.

b) $P(\overline{A})$.

c) $P(\overline{A \cup B})$.

d) $P(\overline{A \cap B})$.

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{12 + 10 - 5}{30} = \frac{17}{30}$

b) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

c) $P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

d) $P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{17}{30} = \frac{13}{30}$

Ejercicio 4. De una baraja francesa estándar de 52 cartas se extrae una carta al azar. Calcular las siguientes probabilidades:

- Que sea un As ($A = \text{"ser As"}$).
- Que sea de corazones ($C = \text{"ser corazones"}$).
- Que no sea una figura ($F = \text{"ser figura [J, Q, K]"}$).
- Que sea el 10 de tréboles.

$$\text{a) } P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$\text{b) } P(C) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

$$\text{c) } P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{12}{52} = \frac{40}{52} = \frac{10}{13}$$

$$\text{d) } P(\text{10 de tréboles}) = \frac{1}{52}$$

Ejercicio 5. De una urna que contiene 15 bolas numeradas del 1 al 15 se extrae una bola al azar. Consideremos los sucesos: $A = \text{"obtener número impar"}$, $B = \text{"obtener un número mayor que 10"}$ y $C = \text{"obtener un múltiplo de 5"}$. Calcular las probabilidades de los sucesos requeridos:

Definimos los conjuntos:

$$E = \{1, 2, \dots, 15\} \text{ (Casos posibles = 15)}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \Rightarrow P(A) = \frac{8}{15}$$

$$B = \{11, 12, 13, 14, 15\} \Rightarrow P(B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$C = \{5, 10, 15\} \Rightarrow P(C) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Calculamos las operaciones pedidas:

$$P(A \cap B): \text{Valores impares mayores que 10} \rightarrow \{11, 13, 15\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$P(A \cap C)$: Valores impares múltiplos de 5 $\rightarrow \{5, 15\}$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{15}$$

$P(B \cap C)$: Valores mayores que 10 múltiplos de 5 $\rightarrow \{15\}$

$$P(B \cap C) = \frac{1}{15}$$

$P(A \cap B \cap C)$: Impares, mayores que 10 y múltiplos de 5 $\rightarrow \{15\}$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$$

MRclases.com

Ejercicio 6. En un centro de formación tecnológica, el 50% de los estudiantes se ha inscrito en el taller de Programación Web, el 40% asiste al taller de Inteligencia Artificial y el 25% participa en ambos talleres.

a) Si se selecciona un estudiante al azar y resulta que asiste al taller de Programación Web, ¿cuál es la probabilidad de que no esté inscrito en el taller de Inteligencia Artificial?

b) Demuestra matemáticamente si los sucesos "asistir al taller de Programación Web" y "asistir al taller de Inteligencia Artificial" son independientes.

$$P(W) = 0.50; P(A) = 0.40; P(W \cap A) = 0.25$$

$$a) P(\bar{A} | W) = 1 - P(A | W)$$

$$P(A | W) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)}$$

$$P(A/W) = \frac{0.25}{0.50} = 0.50$$

$$P(\bar{A}/W) = 1 - 0,50 = 0,50$$

b) Dos sucesos A y B son independientes si:

$$P(W \cap A) = P(W) \cdot P(A)$$

$$P(W) \cdot P(A) = 0.50 \cdot 0.40 = 0.20$$

$$P(W \cap A) = 0.25$$

$$0.25 \neq 0.20$$

Por tanto, los sucesos **no son independientes**.

Ejercicio 7. Se consideran dos sucesos abstractos X e Y asociados a un mismo espacio muestral, tales que conocemos de ellos: $P(X) = 0.76$, $P(Y) = 0.40$ y $P(\bar{X}/\bar{Y}) = 0.25$. Determina:

a) Si los sucesos X e Y guardan relación de independencia.

b) La probabilidad de que acontezca el suceso X pero no ocurra el suceso Y .

$$a) \quad P(\bar{X}/\bar{Y}) = \frac{P(\bar{X} \cap \bar{Y})}{P(\bar{Y})} = \frac{1 - P(X \cup Y)}{1 - P(Y)} = 0.25$$

$$1 - P(X \cup Y) = 0.25 \cdot (1 - 0.40) = 0.25 \cdot 0.60 = 0.15$$

$$P(X \cup Y) = 1 - 0.15 = 0.85$$

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

$$0.85 = 0.76 + 0.40 - P(X \cap Y) \rightarrow P(X \cap Y) = 1.16 - 0.85 = 0.31$$

$$\text{Comprobamos independencia: } P(X) \cdot P(Y) = 0.76 \cdot 0.40 = 0.304$$

Como $0.31 \neq 0.304$, los sucesos no son independientes.

$$b) \quad P(X \cap \bar{Y}) = P(X) - P(X \cap Y) = 0.76 - 0.31 = 0.45$$

Ejercicio 8. Calcula de manera exacta el valor de la probabilidad condicionada $P(\bar{M}/N)$ sabiendo estrictamente que las probabilidades asociadas son $P(N) = 0.35$ y $P(M \cap N) = 0.14$.

$$P(\bar{M}/N) = \frac{P(\bar{M} \cap N)}{P(N)} = \frac{P(N) - P(M \cap N)}{P(N)}$$

$$P(\bar{M}/N) = \frac{0.35 - 0.14}{0.35} = \frac{0.21}{0.35} = 0.60$$

Ejercicio 9. Sean A y B dos sucesos aleatorios donde conocemos los siguientes valores generales: $P(A) = 0.30$, $P(A \cup B) = 0.65$ **y la probabilidad individual** $P(B) = x$.

a) ¿Para qué valor exacto del parámetro x los sucesos A y B serán incompatibles?

b) ¿Para qué valor de x los sucesos A y B operan de forma independiente?

a) Dos sucesos son incompatibles si su intersección es nula:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.65 = 0.30 + x - 0 \rightarrow x = 0.65 - 0.30 = 0.35$$

b) Para que operen de forma independiente se tiene que cumplir que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.30 \cdot x$.

Sustituimos esta equivalencia en la fórmula de la unión:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.65 = 0.30 + x - (0.30 \cdot x)$$

$$0.65 - 0.30 = x - 0.30x$$

$$0.35 = 0.70x \rightarrow x = \frac{0.35}{0.70} = 0.50$$